u(I) 除以

根号3！！！！！！！！！！！！！！！！！！！！！！！

1 仪器的最大允差（仪器误差限)

1.1 长度测量仪器

- **钢板尺**：Δ仪=最小分度的1/2计算(0.5mm)
- **千分尺**：Δ仪=最小分度的1/2计算（0.005mm）
- **游标卡尺**：Δ仪=游标精度（1/20=0.05mm；1/50=0.02mm）

1.2 电学测量仪器

- **电磁仪表（指针式）**：$\Delta_{仪} = \alpha\% \times N_m$
  - α-准确度等级，有5.0，2.0，1.5，1.0，0.5，0.2，0.1
  - N_m-电表量程

例：量程为100V的1.0级电压表，测量一个电池的电动势为1.5V。则仪表的最大允差为1.0V。若量程为10V，则降低到0.1V。

- **数字仪表**：$\Delta_{仪} = \alpha\% \times N_x + b\% \times N_m$或$\Delta_{仪} = \alpha\% \times N_x + n$字
  - a-**准确度等级**；
  - b-误差的**绝对项系数**；
  - N_x-**显示的读数**；
  - N_m-仪表的**量程**或满度值；
  - n-与仪表的分辨率有关的误差，表示为**数字跳动的最小单位。**

例：某准确度等级为1.0级的三位半(最左边的数字只能是0或1，然后还有3位完整的数字(0-9))电表，用20.00V量程测量电池电动势，读数为1.50 V, 末位数字跳动5个单位，则测量结果的最大允差为：
1.0%*1.50+5*0.01 = (0.015+0.05) = 0.065 (V)
若改用2.000 V量程，末位数字跳动5个单位，则为：
1.0%*1.50+5*0.001 = (0.015+0.005） = 0.020 (V)

- **电阻箱**：$\Delta_{仪}$=$\sum \alpha_i\% \times R_i + R_0$
  - R_0-残余电阻
  - R_i-第i个度盘的示值
  - α_i-相应电阻度盘的准确度级别

- **直流电桥**：$\Delta_{仪} = \alpha\% \times (R_x + \frac{R_0}{10})$

- R_x-电桥标度盘示值
- a-电桥的准确度级别
- R_0-有效量程的基准值

> R0 在这个表达式中代表的是一个**固定的参考电阻值**，它通常是**与电桥内部结构或设计有关的固定参数**。R0的存在是为了修正或补偿电桥的固有误差，例如由于电桥臂的不完美匹配或制造公差引起的误差。通过在误差表达式中包含 R0，可以更准确地估计测量误差。

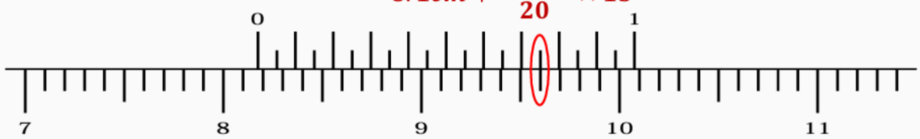
- **直流电位差计**：$\Delta_{仪} = a\% \times (U_x + \frac{U_0}{10})$

  各量物理意义与直流电桥类似

  直流电桥和直流电位差计中有效量程的基准值（R0、U0）规定为该**量程中最大的10的整数幂。**

例：

1．如图所示游标卡尺的读数为 <u>8.175</u> （cm），该游标的仪器误差$\Delta_{仪}$为 <u>0.005</u> （cm）（按物理实验课的简化要求）。 $8.1cm + \frac{0.1cm}{20} \times 15$



2．用某多量程电流表（0.2级，3-15-75-150mA）测量电路中的电流，若待测电流$I \approx 10$mA，其仪器误差$\Delta_{仪}$= <u>0.03 mA</u> ；若$I \approx 70$mA，则$\Delta_{仪}$= <u>0.2 mA</u> 。

$\Delta_{仪}=a\%N_m=0.2\%*75mA=0.15mA$(不确定度范畴，保留1位)

3．某数字三用表测量电压的仪器误差限可表示为$\Delta V=0.05\%N_x+3$字。若电压表的读数为31.72V，则仪器误差$\Delta_{仪}$= <u>0.05 V</u> （电压表的满度值为99.99V）。

$\Delta V=0.05\% \times 31.72+3 \times 0.01=0.04586V$(不确定度范畴，保留1位)

一元线性回归

1. 相关系数r: $\frac{\overline{xy}-\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2}-\bar{x}^2)(\overline{y^2}-\bar{y}^2)}}$
2. 回归斜率b: $\frac{\bar{x}\bar{y}-\overline{xy}}{\bar{x}^2-\overline{x^2}}$
3. 回归截距a: $\bar{y} - b\bar{x}$
4. b的A类不确定度：

$$b \times \sqrt{\frac{1}{n_x - 2} \times (\frac{1}{r^2} - 1)}$$

5. y的B类不确定度：

$$\frac{\Delta_d}{\sqrt{3}}$$

6. b的B类不确定度：

$$u_B(y) \times \sqrt{\frac{1}{n_x \times (\overline{x^2} - \bar{x}^2)}}$$

7. b的不确定度：

$$\sqrt{u_A(b)^2 + u_B(b)^2}$$

其他

1. A类不确定度：

$$u_A(\bar{l}) = \sqrt{\frac{\overline{l^2} - \bar{l}^2}{n_l - 1}}$$

2. B类不确定度：

$$u_B(\bar{l}) = \frac{\Delta_l}{\sqrt{3}}$$

3. 不确定度的合成
   1. 直接测量的不确定度：

$$u(\bar{l}) = \sqrt{u_A(\bar{l})^2 + u_B(\bar{l})^2}$$

   2. 间接测量的不确定度：

$$u(F) = \sqrt{\sum_i u_i^2} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}$$

若简介观测量$F = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$为乘除或方幂的函数关系，先取对数在进行方差合成，得

$$\frac{u(F)}{F} = \sqrt{\sum_i [\frac{\partial \ln f}{\partial x_i} u(x_i)]^2}$$

例如，$F = Ax^p y^q z^r \ldots (A是常数)$，则有

$$\frac{u(F)}{F} = \sqrt{[\frac{p \times u(x)}{x}]^2 + [\frac{q \times u(y)}{y}]^2 + [\frac{r \times u(z)}{z}]^2 + \ldots}$$

修约：不确定度只取一位小数，测量结果取位与不确定度对齐

数据截断时，剩余的尾数按“四舍六入五凑偶”原则，即“小于 5 舍，大于 5 进，等于 5 凑偶”

$F \pm u(\mathrm{F})$ =(修约后的数字)（单位）

- 数据截断时，剩余的尾数按“四舍六入五凑偶”的原则修约，即“小于5舍去，大于5进位，等于5凑偶”

例： tg42°2′ = 0.9014 58035 应取4位有效数字，截断后尾数5.8035大于5，故最后结果为： tg42°2′ = 0.9015

例： 体积测量结果 V=24.1650 cm^3，要求保留四位有效数字。因截断尾数5.0等于5，则前一位数字需凑成偶数，故最后结果为：V=24.16 cm^3

一、基础知识：绪论部分

1.误差　　　　△N=N-A（测量值-标准值）有正负之分

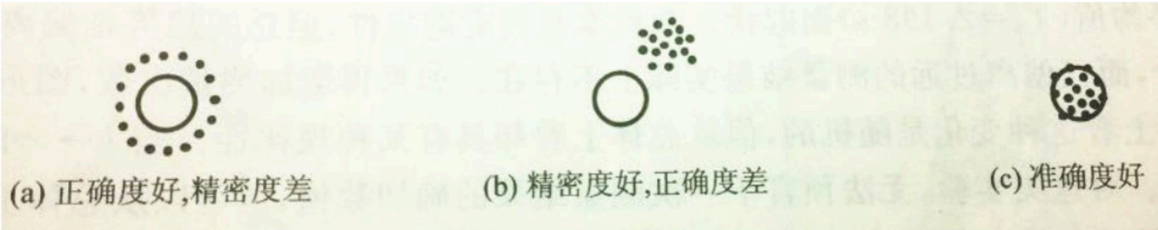
相对误差　　　E=△N/A=(N-A)/A*100%　　也有正负

系统误差：有规律性　　随机误差：单个随机而整体服从统计规律

2.精密度：随机误差大小，即 u(x)

正确度：系统误差大小，即 $\overline{x}$

准确度：与真值间的一致程度



(a) 正确度好,精密度差　　(b) 精密度好,正确度差　　(c) 准确度好

3.A 类不确定度：对误差数据统计分析

B 类不确定度：对测量数据非统计分析

（只测一次只有 B 类，且不能把 A 类当做随机误差 B 类当做系统误差）

平均值标准偏差估计 u_a =s(x)= $\sqrt{\dfrac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{k(k-1)}} = \sqrt{\dfrac{\overline{X^2}-\overline{X}^2}{k-1}}$　k 为测量数

$u_b = \dfrac{\triangle b}{k}$　均匀分布 k= $\sqrt{3}$,正态分布 k≈3，处理时 k 取 $\sqrt{3}$

直接测量不确定度合成 u= $\sqrt{\sum_i u_{ai}^2+\sum_j u_{bj}^2}$　即同单位合成

4.标准差与置信概率

（1）正态分布随机误差特点：单峰性、对称性 p(A-△x)=p（A+△x）、有界性

抵偿性 $\int_{-\infty}^{\infty}(x-A)p(x)dx=0$　可得 A= $\int_{-\infty}^{\infty}xp(x)dx$ 或 A= $\lim_{k\to\infty}\dfrac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}x_i$

（2）方差 $\sigma_X^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-A)^2p(x)dx=\lim_{k\to\infty}\sum_i\dfrac{(x_i-A)^2}{k}$

对满足正态分布的物理量作任何一次测量，其结果均有 68.3%的可能性落在 A-σ 到 A+σ 之间，也可以说 A 在区间[x-σ ,x+σ]内的置信概率为 68.3%

A-σ ≤x≤A+σ 则 x-σ ≤A≤x+σ

有限次测量中，取 $s(x)=\sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{k-1}}$ 作 $\sigma_{(X)}$ 的估计

是 s（x）称为有限次测量的标准偏差

A 在区间[x-s(x),x+s(x)]内的置信概率<68.3%　$\sigma_{(X)}$ 无限次，而 s(x)只是有限次，只是估计

算数平均值 $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{k}$ 作为真值的最佳估计

平均值的标准偏差 $s(\bar{x}) = \sqrt{\dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{k(k-1)}}$ 作为平均值 $\bar{x}$ 的标准误差的估计

S（x）是对单次测量 x 的标准误差的估计

而 s（$\bar{x}$）是对平均值 $\bar{x}$ 的标准误差的估计

测量次数不应少于 5 到 8 次

一定要理解 $\sigma_{(x)}$ 与 s（x）和 s（$\bar{x}$）的区别！

不确定度评定

A类不确定度

∵ A未知、k实际有限次
∴ σ实际上不可知

- 标准差：表征误差离散程度，是方差$\sigma^2(x)$的正平方根，用于定量描述随机误差。

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^2 p(x)dx \qquad \sigma(x) = \sqrt{\lim_{k\to\infty}\frac{\sum(x_i - A)^2}{k}} \qquad \int_{A-\sigma}^{A+\sigma} p(x)dx = 0.683$$

- 样本标准偏差：对有限次测量以平均值替代标准差中的真值

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{k-1}}$$

贝塞尔公式

- $s(x)$是$\sigma(x)$的估计值（k 必须足够大），它提供的是单次测量的标准误差信息，不是原来意义上的误差，而是属于**不确定度**
- 对满足正态分布的物理量作任何一次（单次）测量，其结果落 $[\bar{x} - s(x), \bar{x} + s(x)]$ 区间内的概率略小于68.3%

不确定度评定

A类不确定度

- 平均值的标准偏差：对直接观测量 X 做有限次的等精密度独立测量，结果为 x_1，$x_2, \ldots, x_k$，若不存在系统误差（或很小），则应该把算术平均值 $\bar{x}$ 作为真值A的最佳估计，把平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差$s(\bar{x})$

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{k(k-1)}} = \sqrt{\frac{\overline{x^2} - \bar{x}^2}{k-1}}$$

作为标准误差$\sigma(\bar{x})$的估计值；$s(\bar{x})$不是原来意义上的误差，而是属于**不确定度**，即直接测量量的A类不确定度$u_a(\bar{x}) = s(\bar{x})$

6.有效数字

有效数字=可靠数字+可疑数字　　第一位非零数字起开始数

运算：

（1）加减：小数位与有效数字最后一位位数最高的数平齐

（2）乘除：有效数字个数与有效数字最少的输入量为准

（3）混合：按以上规则运算

（4）函数：先在直接测量量的最后一位有效数字位上取一个单位作为测量值的不确定度，再用函数的微分公式求出简介测量不确定度，最后由它确定有效数字位数

7.仪器误差（△，算 u_b 还要除 $\sqrt{3}$ ）

（1）长度　　游标卡尺按其分度值估计，钢板尺，螺旋测微计按其最小分度值的 $\frac{1}{2}$ 计算

钢板尺，钢卷尺：0.5mm　　螺旋测微计：0.005mm

游标卡尺：1/10 分度—0.1mm、1/20 分度—0.05mm、1/50 分度—0.02mm

（2）质量　　电子天平的仪器误差按 0.1g 估计

（3）时间　　较短时间的测量可按 0.01s 作为停表的误差限

（4）电学仪器

①电磁仪表（指针式电流表、电压表）

$\triangle_{仪} = a\% \cdot N_m$　　N_m 是电表量程，a 是以百分数表示的准确度等级

相对不确定度限 $E = \frac{\triangle m}{N_x} = \frac{N_m \cdot a_m\%}{N_X}$　　$u_b = \frac{E \cdot N_x}{\sqrt{3}}$　　N_x 为电表读数

②电阻箱

$\triangle_{仪} = \sum_i a_i\% \cdot R_i + R_0$　　R_0 是残余电阻，取 R_0=20mΩ

a_i 是相应电阻度盘的准确度级别　　R_i 是第 i 个度盘的示值

电阻	×10000	×1000	×100	×10	×1	×0.1
准确度	1000	1000	1000	2000	5000	50000 × 10^{-6}

（电阻越小，准确度越低）

③直流电位差计

$\triangle_{仪}=a\%(U_x+\frac{U_0}{10})$ U_x 为示值 U_0 规定为该量程中最大的 10 的整数幂

④直流电桥

$\triangle_{仪}=a\%(R_x+\frac{R_0}{10})$ R_x 为电桥标度盘示值 a 为准确度级别 R_0 是基准值

⑤数字仪表

$\triangle_{仪}=a\%N_x+b\%N_m$ 或 $\triangle_{仪}=a\%N_x+n$字

a 为准确度等级 b 为某常数 N_x 是示数 N_m 是量程

n 字：最小量化单位倍数，只取 1,2，…如 N_x=1.4567V 则最小量化单位为 0.0001V

8.数据处理方法

①列表：表格的标题栏中注明物理量的名称，符号和单位

数据要正确反映测量结果的有效数字

坐标纸的最小分格以下的估读位与实验数据中最后一位数字对应

②作图：至少应保证坐标纸的最小分度以下的估计位与实验数据中最后一位数字对应（最小分度为可靠数字），实验数据点以符号标出，不同曲线用不同符号

③一元线性回归：只有因变量 y 有误差，自变量 x 作为准确值处理 y=a+bx 等精密度测量

$$b=\frac{\bar{x}\bar{y}-\overline{xy}}{\bar{x}^2-\overline{x^2}}\qquad a=\bar{y}-b\bar{x}$$ 一定过（$\bar{x}$，$\bar{y}$）点

相关系数 $$r=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2}-\bar{x}^2)(\overline{y^2}-\bar{y}^2)}}$$

不确定度 $$u_a(b)=s(b)=b\sqrt{\frac{1}{k-2}\left(\frac{1}{r^2}-1\right)}\qquad u_a(a)=s(a)=\sqrt{\overline{x^2}}\,u_a$$

④逐差法：多用在自变量等间隔测量情况下，逐差法只能处理线性函数 y=a+bx

隔 n 项逐差，自变量等间隔分布时 $x_{n+i}-x_i=\triangle_n x$

$$\bar{b}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_{n+i}-y_i}{x_{n+i}-x_i}=\frac{1}{n\triangle_n x}\sum_{i=1}^{n}(y_{n+i}-y_i)$$

$$u_a(b)=s(b)=\sqrt{\frac{\sum(b_i-b)^2}{n(n-1)}}\qquad n=\frac{k}{2}$$ 为测量数的一半

9.基本知识 1）直流电源 2）滑线变阻器的制流（$\frac{R_2}{2}<R<R_2$）与分压（$R\le\frac{R_2}{2}$）

3)常压光源 4）视差消除 5）等高共轴条件

（这部分内容请大家自己查阅课本）